

Modelado y simulación de una barra actuada por dos rotores con movilidad espacial restringida

O. Sánchez-Rodríguez^{1*}, J.C. Chimal-Eguia¹, and R. Barrón-Fernández¹

Centro de Investigación en Computación, Instituto Politécnico Nacional,
Ciudad de México 07738, México
{osanchezrod}@gmail.com

Resumen Este trabajo se dirige hacia la estabilización de una barra actuada por dos rotores con movilidad espacial restringida. El problema de controlar el sistema, se resuelve empleando un novedoso método propuesto por Astolfi y Ortega, llamado estabilización por Inmersión e Invariancia en el cual se robustece un controlador, por inmersión en un sistema con mejores características de desempeño y su invariancia nos asegura que se converge a un punto de estabilidad. Se valida el algoritmo de control obtenido mediante software de simulación numérica e implementación en un ambiente de realidad virtual, el modelo del ambiente de realidad virtual se diseñó en software de CAD.

Abstract This work is directed toward stabilizing rod actuated by two rotors with restricted spatial mobility. The problem of controlling the system is solved using a new method proposed by Astolfi and Ortega, named Immersion and Invariance stabilization. The method consists of a controller which is strengthened by immersion in a system with better performance characteristics and its invariance ensures that will converge to a point of stability. This is validated by numerical software simulation and implemented on a virtual reality environment which was designed in CAD software.

Keywords: Estabilización, Controlador, Inmersión e Invarianza, Simulación

1. Introducción

Durante los últimos años se han generado diversos trabajos referentes al desarrollo de vehículos aéreos no tripulados más eficientes, con mejores prestaciones y altos rendimientos, debido a la necesidad del sector aeroespacial de contar con vehículos de tamaño pequeño y su amplia gama de aplicaciones que van desde el monitoreo de tráfico vehicular, inspección de zonas de riesgo, vigilancia de fronteras, medición de condiciones meteorológicas, búsqueda y rescate en desastres naturales y en aplicaciones militares como vigilancia de zonas en conflictos bélicos

* Agradecemos el apoyo del IPN a través del proyecto SIP-20121154 así como las valiosas opiniones y comentarios de las personas que revisaron este trabajo.

donde es necesario hacer un reconocimiento de la zona sin arriesgar las vidas de los pilotos. Uno de los principales objetivos para los investigadores actualmente es la de lograr automatizar la dinámica de vuelo de tales aeronaves de forma que sean estables y se desempeñen en la vecindad de una trayectoria deseada.

El problema que se aborda en este trabajo es el de estabilizar el desacople entre la dinámica longitudinal y lateral, el estudio entonces se hace sobre un PVTOL con dinámica cartesiana restringida, el sistema se describe como un sistema con dos propulsores dispuestos a una distancia sobre el plano longitudinal (x) y dinámica de traslación restringida.

Para lo cual obtenemos el modelo matemático que describe la dinámica de la barra actuada por dos rotores para la que se diseña un algoritmo de control que estabilice al sistema, tales algoritmos se validan mediante simulaciones en software y con su implementación en un Ambiente de Realidad Virtual. El artículo esta organizado de la siguiente manera, en la sección 1 presentamos una breve introducción, la sección 2 aborda los antecedentes, en la sección 2 se obtiene el modelo matemático a estudiar y se analizan sus propiedades, mientras que en la sección 4 se diseña el algoritmo de control, en las secciones 5 y 6 se muestran las simulaciones y en la sección 7 se hacen las conclusiones del artículo.

2. Antecedentes.

Durante la última década se han venido dando esfuerzos por parte de la comunidad científica y tecnológica orientados a la estabilización y seguimiento de trayectorias de las aeronaves de ala rotativa. Altug et al. [1] proponen un algoritmo de control para estabilizar el cuatrirotor usando visión artificial y una cámara como el sensor principal. Ellos estudian dos métodos, en el primero usan un algoritmo de control por linealización y en el otro la técnica de backstepping. Sus resultados fueron probados exitosamente en simulaciones.

En [2] Heredia et al. Tratan el problema de controlar un helicóptero autónomo y lo hacen mediante simulaciones computacionales de estrategias de control basadas en lógica difusa y control tracking no-lineal en dos escenarios posibles ascenso vertical y un movimiento simultaneo longitudinal y lateral. El controlador consiste en un MIMO (múltiples inputs múltiples outputs) de lazo interno para la estabilización y cuatro SISO en lazos guiados para velocidad y posición. Pounds et al. [3] Conciben y desarrollan un algoritmo de control para un prototipo de cuatro rotores ellos usan una unidad de medición inercial (IMU por sus siglas en inglés) para la medición de la velocidad y aceleración angular, usando una linealización del modelo dinámico conciben el algoritmo de control. Los resultados fueron probados por simulación.

Vissière David and Petit Nicolas [4] consideran el problema de desarrollar un sistema modular embebido en tiempo real para aplicaciones de control en UAVs, sus esfuerzos los guían en dirección de la programación y la propuesta de estrategias de control. Para probar sus resultados reportan la implementación de un filtro extendido de Kalman a $75Hz$ usado para la estimación de los estados de un pequeño helicóptero. Su trabajo es más bien un estudio detallado de los

pasos y elementos necesarios para la implementación de un sistema embebido. Chowdhary Girish and Lorenz Sven [5] conciben el problema de estabilización de un UAV VTOL mediante estados retroalimentados en línea como una técnica de control lineal sencilla con el único problema de la envolvente de vuelo, el problema es a menudo acentuado debido a un inadecuado modelo lineal, al ruido de medición en los sensores y a las perturbaciones externas. Ellos presentan una arquitectura de control basada en una extensión válida de la ley de control óptima lineal por estados completos retroalimentados. Una extensión del filtro de Kalman es usada en el problema de los estados y la estimación de los parámetros. Basados en la estimación de los parámetros la ganancia de estado retroalimentado es calculada resolviendo la ecuación de Ricatti para la optimización cuadrática del control en línea.

Arda Özgür Kivrak [6] en su tesis doctoral aborda el problema del diseño de un sistema embebido para un vehículo aéreo cuatrirotor equipado con sensores inerciales, el sistema de control lo desarrolla en Matlab/Simulink y su implementación en tiempo real usando el módulo de Simulink Real time Windows target, ahí diseña un regulador cuadrático lineal para la estabilización de la actitud de vuelo. El hardware lo integra una tarjeta de adquisición de datos, los controladores de los motores de CD, un conjunto de sensores, motores de CD y la plataforma DraganFlyer V Ti.

Salazar-Cruz et al. [7] describen el diseño de un sistema de control embebido para un vehículo aéreo no tripulado (UAV) del tipo cuatrirotor con capacidades para realizar vuelos estacionarios. El modelo dinámico del vehículo se presenta mediante ecuaciones de Euler-Lagrange y proponen una estrategia de control basada en la saturación de integradores. Un sistema de control embebido describe la arquitectura de vuelo autónomo estacionario. Los principales componentes del sistema son un microcontrolador, una unidad de medición inercial (IMU), un sistema de posicionamiento global (GPS) y sensores infrarrojos. Los ángulos de Euler se calculan utilizando un algoritmo de fusión de datos. Los resultados experimentales demuestran que el sistema de control funciona de manera satisfactoria para vehículos autónomos volando en interiores.

Adigbli Patrick [8] en su trabajo presenta lo referente al desarrollo de un control remoto fiable para asistir en el control de un mini robot aéreo con cuatro rotores y que garantice las capacidades de un vuelo estable. Como primera fase obtiene el modelo dinámico mediante ecuaciones de Euler-Lagrange y prueba tres diferentes tipos de leyes de control, por estados retroalimentados, backstepping y modos deslizantes todos para estabilización y posición del UAV, el autor menciona que todos ellos fueron comparados en simulaciones aunque no menciona las ventajas de cada uno de ellos.

Mian Y Wang [9] proponen un controlador no lineal para la estabilización de un helicóptero, la estrategia se basa en la saturación de integradores. Debido a los logros positivos que se tienen en este tipo de estrategia es que les permitió tomar en cuenta las condiciones de acoplamiento. El controlador mostró buen resultado en simulaciones respecto de otros controladores, y gracias a los sensores embebidos y de control es que es capaz de realizar vuelos autónomos en tiempo

real. Sus resultados muestran que la estrategia de control es capaz de realizar tareas de forma autónoma como el despegue, aterrizaje y el vuelo estacionario. Finalmente Ollero y Merino [10] examinan los métodos y tecnologías que se han aplicado en la robótica aérea, presentan varios vehículos aéreos no tripulados, resumen las distintas técnicas de control incluidas las arquitecturas de control y métodos de control. Además examinan brevemente los equipos, las técnicas de visión robótica aérea.

3. Modelo matemático

3.1. Modelo dinámico de la barra

Para obtener el modelo dinámico de la barra actuada se considera que los dos rotores producen una fuerza normal al plano horizontal de la barra. Debido

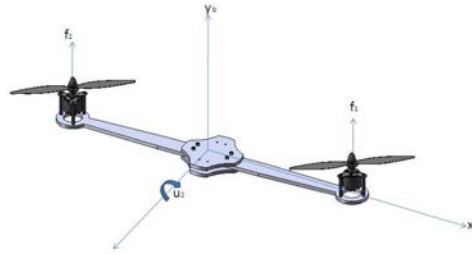


Figura 1: Modelo del sistema

a que la barra tiene 2 rotores que le proporcionan la fuerza de empuje, el empuje total está dado por, $T_t = \sum_{i=1}^2 T_i$ las fuerzas provocadas por la acción de los motores T_1 y T_2 producen un par respecto del centro de gravedad. El par rotacional total se da por la siguiente expresión $u_\theta = (T_2 - T_1)l$, donde l es la distancia del centro de gravedad de la barra al eje de los motores.

Realizando el análisis de fuerzas, aplicando la segunda ley de Newton y considerando como variables de estado a los elementos que acumulan energía que en este caso es una masa que gira a cierta velocidad respecto de su centro de gravedad, la ecuación que modela el comportamiento dinámico del sistema es la siguiente ecuación diferencial

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = u \quad (1)$$

donde $\phi(u)$ es una función de control desconocida que depende del tiempo.

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = \phi(u) \quad (2)$$

Pasamos a una representación en ecuaciones de primer orden

$$\dot{\theta}_1 = \theta_2 \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_2 = -\frac{B}{J}(\theta_2) + \frac{1}{J}\phi(u) \quad (4)$$

El modelo se representa en variables de estado, para lo cual se definen los siguientes estados $x_1 = \theta_1, x_2 = \theta_2$ y se obtiene la siguiente representación matricial

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} [u] \quad (5)$$

El valor de J fue obtenido de un análisis del modelo hecho en SolidWorks y la masa pesando cada uno de los elementos que la conforman, B es el amortiguamiento del sistema modelado por la siguiente ecuación

$$B = -F | \dot{\theta} | \dot{\theta}$$

3.2. Estabilidad

Se analiza la estabilidad del sistema calculando el polinomio característico del sistema en lazo abierto el cual es,

$$\lambda^2 + \lambda \frac{B}{J} \quad (6)$$

al igualar 6 a cero se obtienen los valores propios del sistema $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 = -\frac{B}{J}$. Por lo tanto para cualquier valor del sistema este tendrá un valor propio en cero y un valor propio negativo, solo se infiere estabilidad interna, ya que la matriz A no es Hurwitz.

4. Diseño del algoritmo de control

El algoritmo de control usado para la estabilización del sistema de la barra se basa en el método propuesto por Alessandro Astolfi y Romeo Ortega [11], utilizado para la estabilización asintótica y el diseño de leyes de control adaptables para sistemas no lineales.

Consideremos un sistema de la forma

$$\dot{x} = f(x, u)$$

y el problema básico de estabilización de encontrar una ley de control $u = u(x)$ (esto cuando sea posible) de forma tal que el sistema en lazo cerrado sea localmente (globalmente) asintóticamente estable. El procedimiento propuesto para resolver este problema consiste de dos pasos. Primero encontrar un sistema dinámico objetivo $\dot{\xi} = \alpha(\xi)$ que sea localmente (globalmente) asintóticamente

estable y de dimensión estrictamente menor que x , un mapeo $x = \pi(\xi)$, y una función $c(x)$, tal que

$$f(\pi(x), c(\pi(\xi))) = \frac{\partial \pi}{\partial \xi}(\xi) \alpha(\xi)$$

esto es que cualquier trayectoria $x(t)$ del sistema $\dot{x} = f(x, c(x))$ es la imagen a través del mapeo $\pi(\cdot)$ de una trayectoria del sistema objetivo. Nótese que el mapeo $\pi : \xi \rightarrow x$ es una inmersión, es decir, el rango de π es igual a la dimensión de ξ . En segundo lugar, aplicar una ley de control que contribuye a la variedad $x = \pi(\xi)$ atrae y mantiene las trayectorias en lazo cerrado acotadas. De esta manera se tiene que el sistema en lazo cerrado se comportará asintóticamente como el sistema objetivo deseado y la estabilidad estará garantizada.

Retomamos las ecuaciones 3 y 4 y se reescriben como

$$\dot{\theta}_1 = \theta_2 \quad (7)$$

$$\dot{\theta}_2 = \xi(t) + \frac{1}{J} \phi(u) \quad (8)$$

donde $\xi(t)$ es una función desconocida que depende del tiempo, y se obtiene el siguiente sistema

$$\dot{\theta}_1 = \theta_2 \quad (9)$$

$$\dot{\theta}_2 = \xi(t) + \frac{1}{J} u \quad (10)$$

Considérese el siguiente sistema objetivo de orden completo, se diseñará un nuevo controlador para dicho sistema, donde $u = u(t)$ es cualquier ley de control estabilizante por retroalimentación para dicho sistema

$$z_1 = \theta_2 - \hat{\theta}_2 + \beta_1(\theta_1) \quad (11)$$

$$z_2 = \xi(t) - \rho_1 + \beta_2(\theta_1) \quad (12)$$

$$z_3 = \dot{\xi}(t) - \rho_2 + \beta_3(\theta_1) \quad (13)$$

se despejan las variables de estado de interés para la inmersión en el sistema de orden superior, se debe encontrar una función $\psi(x, z)$ que preserve acotadas a las trayectorias y establezca asintóticamente a cero la dinámica

$$\theta_2 = z_1 + \hat{\theta}_2 - \beta_1(\theta_1) \quad (14)$$

$$\xi(t) = z_2 + \rho_1 - \beta_2(\theta_1) \quad (15)$$

$$\dot{\xi}(t) = z_3 + \rho_2 - \beta_3(\theta_1) \quad (16)$$

supóngase $\ddot{\xi} \approx 0$, y aplíquese la siguiente entrada de control

$$u = J[(\rho_1 - \beta_2) + k_p \theta_1 + k_d \theta_2]$$

y se sustituyen las ecuaciones 9 y 10 con lo cual es obtenido el siguiente sistema

$$\dot{\theta}_1 = \theta_2 \quad (17)$$

$$\dot{\theta}_2 = -\xi + \rho_1 - \beta_2 + k_p \theta_1 + k_d \theta_2 \quad (18)$$

considérese la ecuación 12 se reescribe el sistema de la siguiente forma

$$\dot{\theta}_1 = \theta_2 \quad (19)$$

$$\dot{\theta}_2 = -z_2 + k_p \theta_1 + k_d \theta_2 \quad (20)$$

es derivado el sistema objetivo para buscar la función que nos preserve dicha condición de estabilidad

$$\dot{z}_1 = \xi + \frac{1}{J}u - \dot{\theta}_2 + \frac{\partial \beta_1}{\partial \theta_1} \theta_2 \quad (21)$$

$$\dot{z}_2 = \dot{\xi} - \dot{\rho}_1 + \frac{\partial \beta_2}{\partial \theta_1} \theta_2 \quad (22)$$

$$\dot{z}_3 = -\dot{\rho}_2 + \frac{\partial \beta_3}{\partial \theta_1} \theta_2 \quad (23)$$

se hace la sustitución de ξ , $\dot{\xi}$ y θ_2 en las ecuaciones anteriores, obteniéndose el siguiente sistema

$$\dot{z}_1 = z_2 + \rho_1 - \beta_2 + \frac{1}{J}u - \dot{\theta}_2 + \frac{\partial \beta_1}{\partial \theta_1} (z_1 + \hat{\theta}_2 - \beta_1) \quad (24)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 + \rho_2 - \beta_3 - \dot{\rho}_1 + \frac{\partial \beta_2}{\partial \theta_1} (z_1 + \hat{\theta}_2 - \beta_1) \quad (25)$$

$$\dot{z}_3 = -\dot{\rho}_2 + \frac{\partial \beta_3}{\partial \theta_1} (z_1 + \hat{\theta}_2 - \beta_1) \quad (26)$$

son despejadas nuevamente las variables de interés, quedando el siguiente sistema

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \rho_1 - \beta_2 + \frac{1}{J}u + \frac{\partial \beta_1}{\partial \theta_1} (\hat{\theta}_2 - \beta_1) \quad (27)$$

$$\dot{\rho}_1 = \rho_2 - \beta_3 + \frac{\partial \beta_2}{\partial \theta_1} (\hat{\theta}_2 - \beta_1) \quad (28)$$

$$\dot{\rho}_2 = \frac{\partial \beta_3}{\partial \theta_1} (\hat{\theta}_2 - \beta_1) \quad (29)$$

Este sistema cumple con la condición de la función $\psi(\theta, z)$ de preservar acotadas las trayectorias y estabilizarlas asintóticamente en cero. Ahora se resolverá el problema de encontrar una función y un control u tal que describa a la variedad invariante. Esto requiere de la solución de una ecuación diferencial parcial, esta se comienza a construir considerando el siguiente sistema de ecuaciones, tomado 21, 22 y 23 y sustituyéndoles z_1 , z_2 y z_3 , el sistema es

$$\dot{z}_1 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \theta_1} z_1 + z_2 \quad (30)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{\partial \beta_2}{\partial \theta_1} z_1 + z_3 \quad (31)$$

$$\dot{z}_3 = \frac{\partial \beta_3}{\partial \theta_1} z_1 \quad (32)$$

se deriva 30 y se sustituye 31

$$\ddot{z}_1 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \theta_1} \dot{z}_1 + \dot{z}_2 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \theta_1} \dot{z}_1 + \frac{\partial \beta_2}{\partial \theta_1} \dot{z}_1 + z_3 \quad (33)$$

se deriva 33 y se sustituye 32 y se obtiene

$$\ddot{z}_1 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \theta_1} \dot{z}_1 + \frac{\partial \beta_2}{\partial \theta_1} \dot{z}_1 + z_3 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \theta_1} \dot{z}_1 + \frac{\partial \beta_2}{\partial \theta_1} \dot{z}_1 + \frac{\partial \beta_3}{\partial \theta_1} z_1 \quad (34)$$

se iguala a cero 33 y finalmente se obtiene un polinomio con términos que son ecuaciones diferenciales parciales

$$z_1^{(3)} + \beta_1 \ddot{z}_1 + \beta_2 \dot{z}_1 + \beta_3 z_1 = 0 \quad (35)$$

El resultado final es el sistema y el controlador, donde las variables del controlador son obtenidas de las ecuaciones 27, 28 y 29. El sistema estable asintóticamente es descrito por las siguientes ecuaciones

$$\dot{\theta}_1 = \theta_2 \quad (36)$$

$$\dot{\theta}_2 = -\frac{F}{J} + \frac{1}{J}u \quad (37)$$

$$u = J[(\rho_1 - \beta_2) + k_p \theta_1 + k_d(\hat{\theta}_2 - \beta_1)] \quad (38)$$

5. Resultados

5.1. Sintonización de las ganancias del controlador y del observador

En esta sección se valida el algoritmo de control mediante los resultados obtenidos por simulación numérica de la implementación hecha en *Matlab* y *Simulink*. Se hace un primer conjunto de simulaciones con la finalidad de observar el comportamiento de las ganancias tanto del observador como las ganancias del controlador PD. La figura 2 hace una primera visualización del comportamiento con diferentes ganancias para el controlador mientras que las del observador permanecen constantes en 1,0, es claro que la ganancia optima se encuentra por arriba de 100 y debajo de 1000. Por lo tanto se grafican valores en ese intervalo, la figura 3 muestra el comportamiento a diferentes valores, es fácil concluir que a valores mayores el sobretiro negativo que muestra el sistema es menor, pero de la figura 2 se observa que si es muy grande el sistema no se estabiliza en cero. Por lo tanto se utilizara una ganancia para el controlador de 400.

A continuación como se muestra en la figura 4 se mantienen constantes las ganancias del controlador en 1,0 y se hacen variar las ganancias del observador. Es fácil notar que la ganancia óptima es de 1,35.

5.2. Primera simulación del sistema en lazo cerrado

Se hace una primera simulación con los parámetros del controlador y el observador de la tabla 1 La figura 5 y 6 muestran la posición y la velocidad rotacional

Polos del controlador	Polos del observador
1.0	1.0
1.0	1.0
1.0	

Cuadro 1: Parámetros del sistema para la primera simulación

del sistema en lazo cerrado, es apreciable que ambas se estabilizan después de una serie de oscilaciones. Si se observa la figura 7 se notara que la variable estimada $\hat{\theta}_2$, muestra un comportamiento similar a la variable θ_2 , la figura 8 muestra una comparación entre ambas variables, se observa que el observador estima a la variable θ_2 en 4.5 segundos. La figura 9 muestra el error de estimación del observador y la figura 10 muestra la señal de control que estabiliza al sistema en cero grados.

5.3. Segunda simulación del sistema en lazo cerrado

En esta parte se hace una segunda simulación tomando en consideración los polos obtenidos de la sintonización de las ganancias. Los parámetros utilizados para esta simulación son las de la tabla 2 La figura 11 y 12 muestran la posi-

Polos del controlador	Polos del observador
400.0	1.35
400.0	1.35
400.0	

Cuadro 2: Parámetros del sistema para la segunda simulación

ción y la velocidad rotacional del sistema en lazo cerrado, se puede notar que la estabilización es inmediata. Si observamos la figura 13 se nota que la variable estimada $\hat{\theta}_2$, muestra un comportamiento igual a la variable θ_2 , la figura 14 muestra una comparación entre ambas variables, se observa que el observador estima a la variable θ_2 inmediatamente. La figura 15 muestra el error de estimación del observador y la figura 16 muestra la señal de control que estabiliza al sistema en cero grados. Podemos concluir que al sintonizar adecuadamente el observador este muestra un desempeño excelente, ya que estabiliza al sistema inmediatamente, también debe observarse que la dinámica más rápida de controlador es la que tiene un impacto más notable en el desempeño del lazo de control y que la dinámica del observador debe ser solo un poco más rápida ya que de lo contrario se desestabiliza el sistema, esto debido a una saturación en el lazo de control.

6. Ambiente de realidad virtual

Los resultados obtenidos de la simulación en ambiente de realidad virtual son satisfactorios y el sistema describe las trayectorias de estabilización mostradas en las gráficas 5 y 11 a diferencia que se muestra con un modelo de en 3D del sistema. La figura 17 muestra una etapa de la estabilización del sistema y la figura 18 muestra al sistema estabilizado.

7. Conclusiones

En el presente trabajo se desarrolla un algoritmo de control para un sistema formado por una barra actuada por dos rotores, el algoritmo propuesto está basado en la teoría propuesta por Astolfi y Ortega [11]. Este controlador mostró un excelente desempeño en las simulaciones cuando las ganancias fueron las adecuadas. En las simulaciones presentadas se observa que la ganancia del controlador es la que tiene mayor presencia en la dinámica del sistema sin embargo una buena elección de las ganancias del observador nos asegura una dinámica lo suficientemente rápida para la correcta estimación del estado θ_2 , pero debe tenerse cuidado ya que una dinámica demasiado rápida satura el lazo y nos lleva a inestabilidades. Las condiciones iniciales no tienen una consecuencia importante en la estabilización del sistema siempre que se mantengan por debajo de 45 grados sobre la horizontal.

Las gráficas 9 y 15 muestran el error de estimación, el cual como puede verificarse tiende a hacerse cero, nuevamente una correcta sintonización de las ganancias hace que la dinámica del error sea más rápida. El modelo de realidad virtual ayudó a visualizar con anticipación el comportamiento del sistema físico. Esto facilita la interpretación del algoritmo de control y su desempeño.

Referencias

1. Altug, E., Ostrowski, J.P., Taylor, C.J.: Control of a quadrotor helicopter using dual camera visual feedback. *The International Journal of Robotics Research* 24 **24/5** (2005) 329–341
2. Sensor and actuator fault detection in small autonomous helicopters. In: *A Journal of IFAC. Volume 18 of Mechatronics The Science of Intelligent Machines.*, Elsevier (2008)
3. Pounds, et al: Nonlinear control for systems with bounded inputs: Real-time embedded control applied to uavs. *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego California E.U.A (2006) 5888–5893
4. Vissière, D., Petit, N.: An embedded system for small-scaled autonomous vehicles. *International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics* (2008) 158–164
5. Chowdhary, G., Lorenz, S.: Control of a vtol uav via online parameter estimation. *Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*
6. Arda-Özgür, K.: Design of control systems for a quadrotor flight vehicle equipped with inertial sensors. Tesis doctoral de la Universidad de Atılım, Turquía (Diciembre de 2006)

7. Salazar-Cruz, S., Escareño, J., Lara, D., Lozano, R.: Embedded control system for a four-rotor uav. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*
8. Adigbil, P.: Nonlinear attitude and position control of a micro quadrotor using sliding mode and backstepping techniques. 3rd US-European Competition and Workshop on Micro Air Vehicle Systems (MAV07) and European Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition (EMAV2007) (2007)
9. Mian, A.A., bo Wang, D.: Dynamic modelling and nonlinear control strategy for an underactuated quad rotor rotorcraft. *Journal of Zhejiang University* (2008) 539–545
10. Ollero, A., Merino, L.: Control and perception techniques for aerial robotics. *Annual Reviews in Control* **28** (2004) 167–178
11. Astolfi, A., Ortega, R.: Immersion and invariance: A new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **48** (April 2003) 590–606
12. Bishop, R.H., Dorf, R.C.: *Sistemas de Control Moderno*. Décima edn. Pearson, USA (2005)
13. Hamacher, C., et al: *Organización de computadores*. Quinta edn. Mc Graw Hill, USA (2003)
14. Chi-Tsong, C.: *Linear System Theory and design*. third edn. Oxford University Press, New York USA (1999)
15. Chi-Tsong, C.: *Introduction to linear systems*. first edn. Rinehart and Winston line, New York USA (1970)
16. Domínguez, S., et al: *Control en el espacio de estados*. Primera edn. Prentice Hall, Madrid España (2002)
17. Assad, G.D.: *Instrumentación, Acondicionamiento electrónico y adquisición de datos*. Pre edn. Trillas, México (2000)
18. García, E.: *Compilador C, CSS y simulador PROTEUS para microcontroladores dsPIC*. Primera edn. Alfa-Omega, México (2008)
19. Hinrichsen, D., Pritchard, A.: *Mathematical Systems Theory Modeling State Space Analysis Stability and Robustness*. First edn. Springer, Germany (2005)
20. Close, C., Frederick, D.: *Modeling and Analysis of Dynamic Systems*. Third edn. John Wiley Sons Inc., USA (2000)
21. Khalil, H.: *Non linear systems*. Second edn. Prentice Hall, USA (1996)
22. Lozano, R., et al: Real-time stabilization and tracking of a four mini rotorcraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **12** (2004) 510–516
23. : *Virtual Reality Toolbox 3.0 Help*, Matlab 2010
24. : *V Real Builder. User's Guide and Reference*

Apéndice: Gráficas

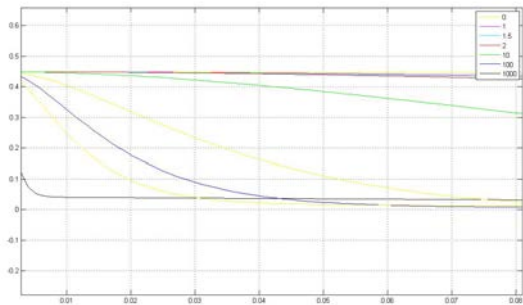


Figura 2: Ganancias del observador

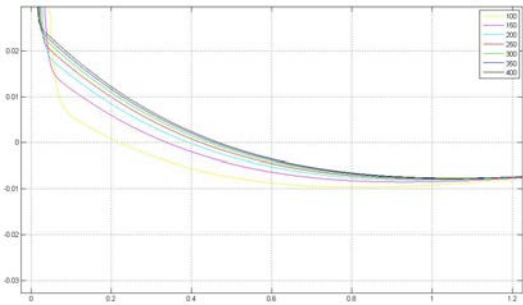


Figura 3: Ganancias del controlador en el intervalo de 100 a 400

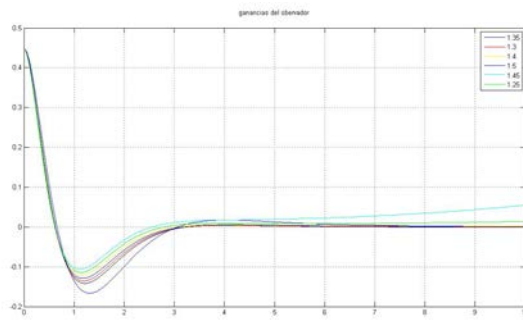


Figura 4: Ganancias del observador en el intervalo 1.0 a 1.5

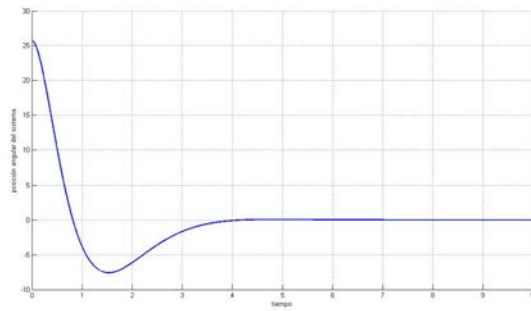


Figura 5: Posición angular θ_1 del sistema en lazo cerrado

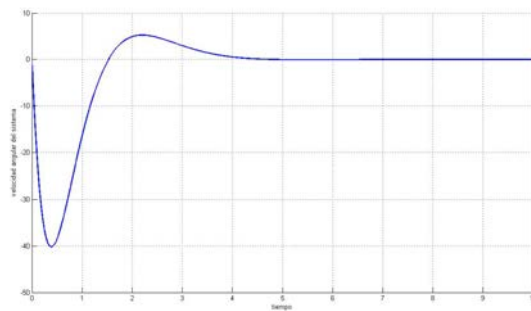


Figura 6: Velocidad angular θ_2 del sistema en lazo cerrado

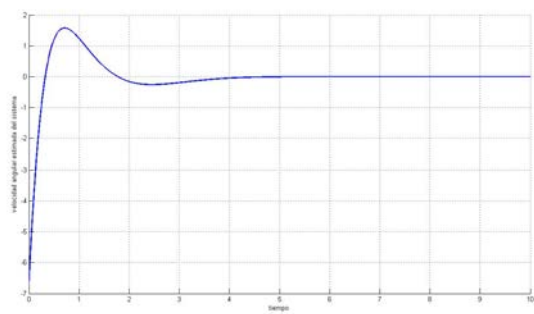


Figura 7: Velocidad angular estimada $\hat{\theta}_2$ del sistema en lazo cerrado

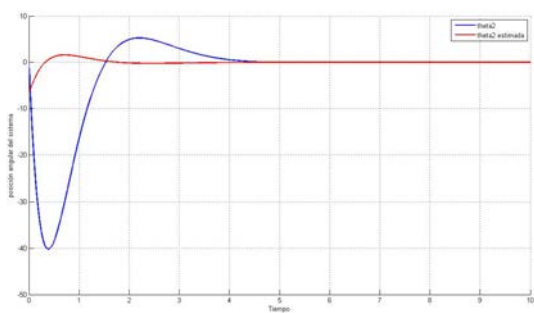


Figura 8: θ_2 y $\hat{\theta}_2$

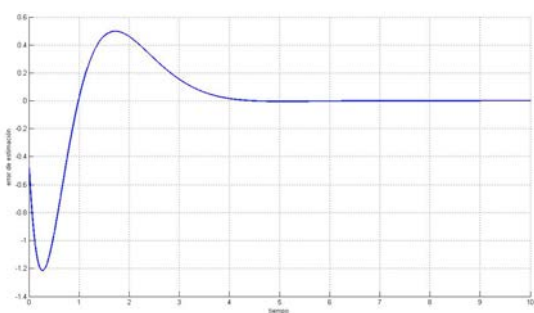


Figura 9: Error de sistema en lazo cerrado

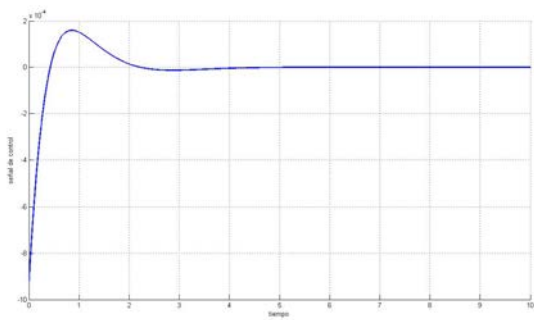


Figura 10: Señal de control para el sistema en lazo cerrado

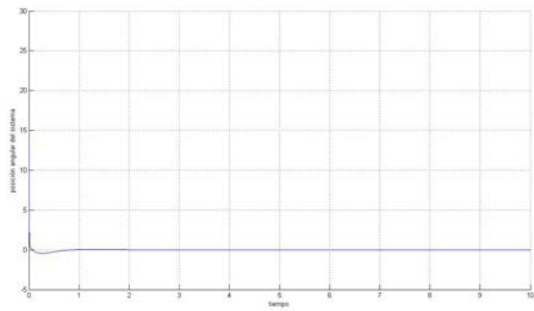


Figura 11: Posición angular θ_1 del sistema en lazo cerrado

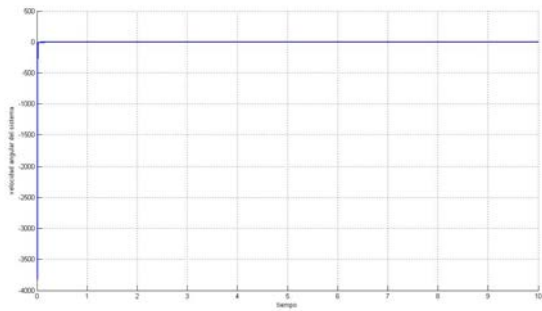


Figura 12: Velocidad angular θ_2 del sistema en lazo cerrado

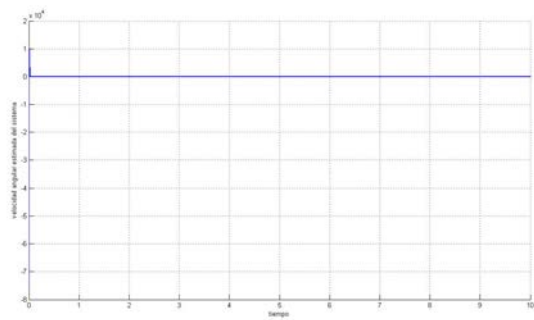


Figura 13: Velocidad angular estimada $\hat{\theta}_2$ del sistema en lazo cerrado

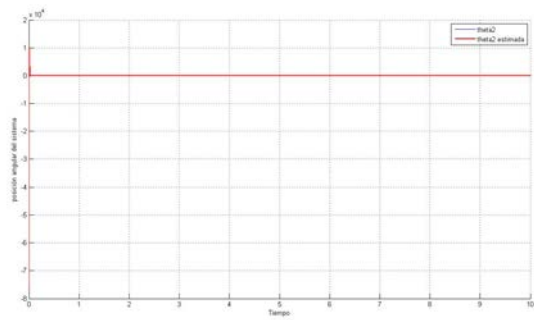


Figura 14: θ_2 y $\hat{\theta}_2$

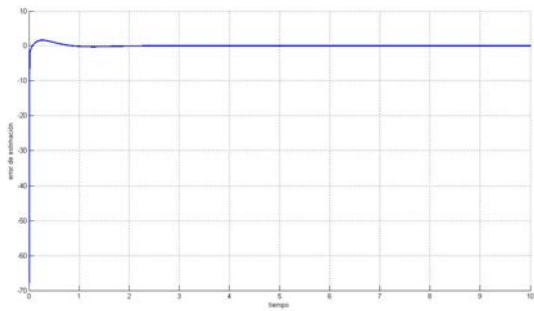


Figura 15: Error de sistema en lazo cerrado

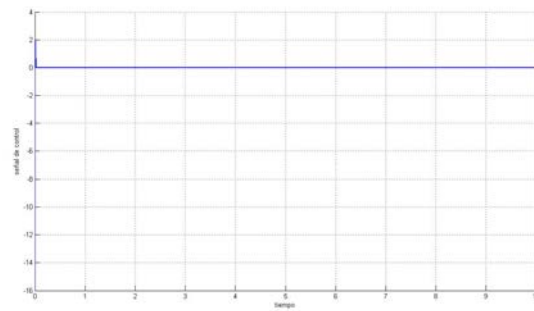


Figura 16: Señal de control para el sistema en lazo cerrado

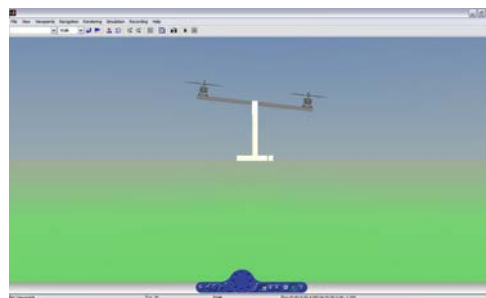


Figura 17: Transitorio de la estabilización del sistema

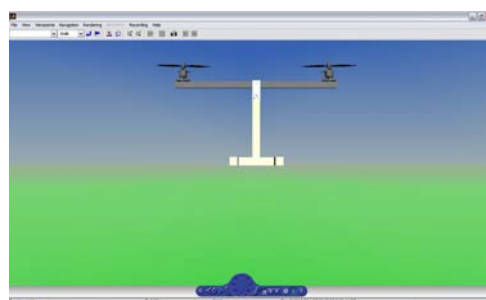


Figura 18: Sistema estabilizado